ETAPE 1

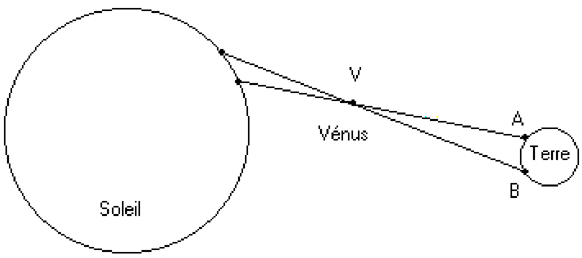
PRINCIPE DE BASE

Nous allons dans une première étape montrer comment à partir de la mesure du rapport de l'écart des routes apparentes de Vénus au diamètre solaire on peut obtenir un ordre de grandeur de la distance qui nous sépare du Soleil.

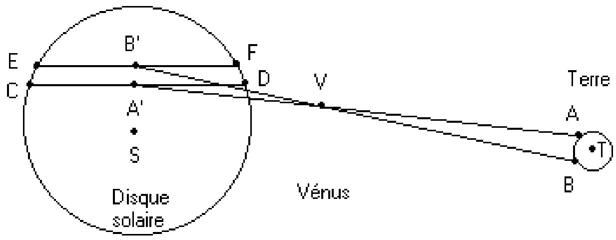
1 SCHEMAS ET NOTATIONS

1.1 Schémas théoriques

Pour un observateur terrestre situé en A, Vénus semble être sur le disque solaire en A'. Quand elle se déplace autour du Soleil, on la « voit » décrire la corde [CD].
De manière similaire pour l'observateur en B, Vénus semble parcourir la corde [EF] plus courte sur le schéma 1.
Cet effet de parallaxe est identique à celui obtenu en visant d'un œil puis de l'autre un doigt d'une main tendue devant un mur. Il semble se déplacer d'une observation à l'autre.



Vue de profil



Vue en perspective

1.2 Notations

1.2.1 Pour la théorie

T, V et S désignent respectivement les centres de la Terre, de Vénus et du Soleil d'où les distances exprimées en km :

TS = distance Terre-Soleil, VS = distance Vénus-Soleil et TV = distance Terre-Vénus.

Introduisons le rapport r des distances TS sur VS soit :

$$\boxed{r = \frac{\mathrm{TS}}{\mathrm{VS}} > 1} \text{ (sans unité)}$$

AB désigne la distance en km qui séparent les deux observateurs terrestres

Soit e = A'B' l'écart des routes apparentes suivie par Vénus durant un même transit c'est à dire la distance en km qui sépa-rent les deux cordes que l'on suppose parallèles.

Si $D_\odot$ est le diamètre du Soleil en km, posons alors k égal au rapport de l'écart des routes sur le diamètre solaire :

$$\boxed{k = \frac{e}{D_\odot} < 1} \text{ (sans unité)}$$

Enfin $\varphi_{\odot}$ désigne le diamètre apparent du Soleil. C'est l'angle sous lequel on voit le Soleil depuis la Terre ($\varphi_{\odot}$ est exprimé en radian ou en minutes d'angle ou d'arc)
Enfin $p_{\odot}$ est la parallaxe solaire (notion utile pour la comparaison des méthodes, voir sa définition au paragraphe **2.4**)

1.2.2 Pour la pratique

On introduit les grandeurs suivantes :

$p(e)$ = longueur en mm de l'écart des routes mesuré sur la projection (écran ou photographie)
$p(D_{\odot})$ = longueur en mm de la projection du diamètre du Soleil
$\theta_{\max}$ = élongation maximale de Vénus
$\sigma_{♀}$ = période synodique de Vénus
$T_{♀}$ = période sidérale de Vénus
$T_{\oplus}$ = période sidérale de la Terre
$R_{\oplus}$ = rayon de la Terre
$\Phi_{A \text{ ou } B}$ = latitude terrestre de A ou B
$\Lambda_{A \text{ ou } B}$ = longitude terrestre de A ou B
$\varphi_{♀}$ = diamètre apparent de Vénus

2 ETABLISSEMENT DE LA FORMULE SIMPLIFIEE

2.1 <u>Expression de TS en fonction de</u> e, k et φ

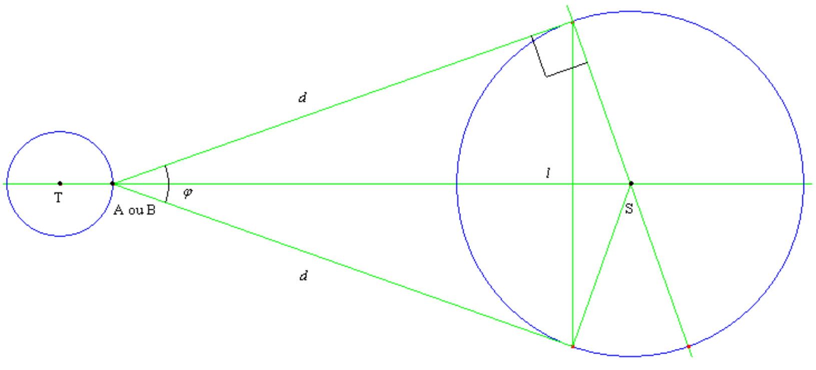
2.1.1 Calcul de la longueur d'une corde

Montrer que la longueur l d'une corde d'un cercle de rayon d vue sous un angle au centre φ est égal à $2d\sin\frac{\varphi}{2}$

2.1.2 Approximation des angles petits

Justifier que si φ est petit et exprimé en radian alors on a $l \simeq d\varphi$

2.1.3 Application



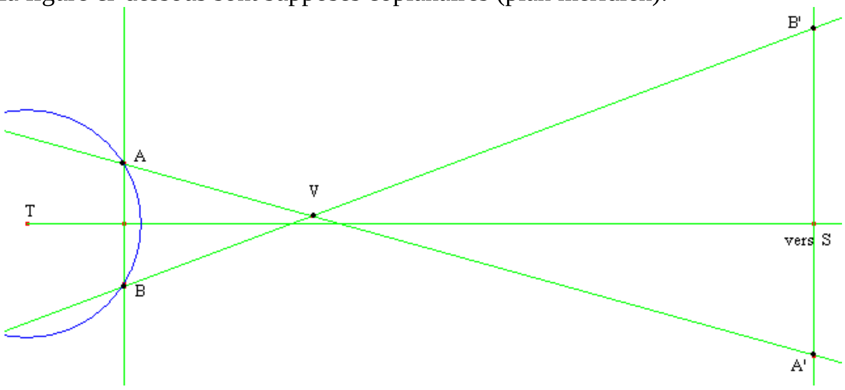
Montrer que $\varphi_{\odot}$ est de l'ordre de 1 / 100 de radian sachant que le diamètre apparent du Soleil est environ égal à 0,5° (32')
S'assurer que $\mathrm{TS} \simeq d$ et $D_{\odot} \simeq l$

Utiliser la définition de k et conclure que $\boxed{\mathrm{TS} \simeq \dfrac{e}{k\varphi_{\odot}}}$

2.2 Expression de e en fonction de AB et r

2.2.1 Utilisation du théorème de Thalès *(passage délicat !)*

Si (A'B') est perpendiculaire à (TS) alors on supposera qu'également (AB) est perpendiculaire à (TS)
C'est-à-dire que l'on suppose que (AB) est perpendiculaire au plan de l'écliptique.
Tous les points de la figure ci-dessous sont supposés coplanaires (plan méridien).



Montrer que l'on peut appliquer le théorème de Thalès dans ces conditions

2.2.2 Application

On néglige le rayon de la Terre devant la distance TV de même on néglige le rayon du Soleil devant la distance VS.
On suppose également que T, V et S sont alignés.

Conclure que $\boxed{e = \dfrac{\mathrm{AB}}{r-1}}$

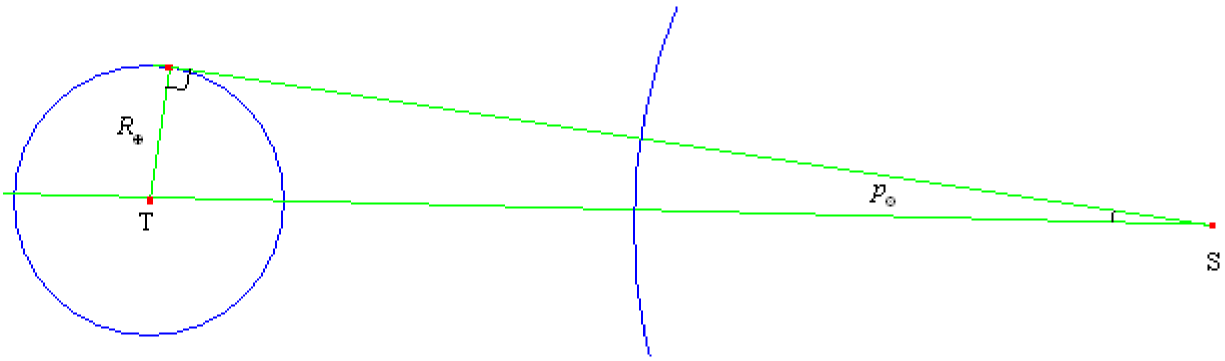
2.3 En déduire l'expression de la distance Terre Soleil en fonction de AB, k, φ et r

Indiquer pour chaque variable l'unité utilisée

2.4 Introduction de la parallaxe solaire

2.4.1 Définition

On appelle parallaxe solaire l'angle selon lequel un observateur au centre du Soleil verrait le rayon de la Terre.
On la note $p_{\odot}$



2.4.2 Formule

Calculer le $\sin p_{\odot}$ puis utiliser l'approximation des angles petits en supposant que la parallaxe solaire est très faible

Montrer finalement que $\boxed{p_{\odot} \simeq \left(\frac{R_{\oplus}}{\mathrm{AB}}\right) k(r-1)\varphi_{\odot}}$ et indiquer pour chaque variable l'unité utilisée

3 MESURES

Chaque observateur fournit à l'issue du transit une « image » de la route apparente de Vénus sur le disque solaire qui doit être visible dans sa totalité. Cette image est obtenue par « projection » du Soleil en prenant soin d'utiliser un repère commun à tous les observateurs qui élimine les effets de la rotation de la Terre autour de son axe (voir le paragraphe **4.2**).

3.1 Mesure de *k*

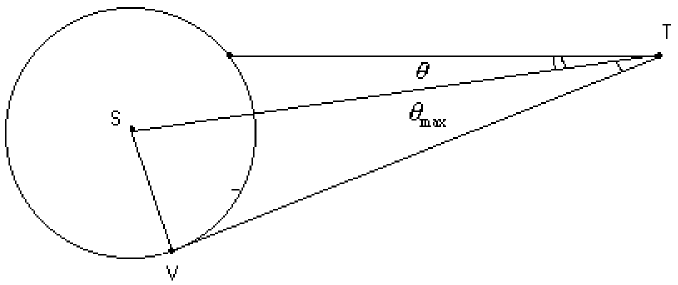
Lors de l'exploitation des résultats, on superpose les deux images ramenées à la même échelle et l'on mesure en mm sur l'image composée finale $p(e)$ l'écart des routes apparentes et $p(D_{\odot})$ le diamètre projeté du disque solaire.

Comparer les rapports $\frac{p(e)}{p(D_{\odot})}$ et $\frac{e}{D_{\odot}}$ en admettant que la projection (gnomonique) ne déforme pas les images

3.2 Détermination de *r*

3.2.1 Méthode de l'élongation maximale

L'observation montre que l'élongation de Vénus (angle que forme la direction du Soleil et la direction de Vénus) admet une valeur maximale.



Notion d'élongation maximale

Pourquoi le triangle SVT est-il rectangle en V lorsque l'élongation θ de Vénus est maximale ?

Montrer que $\boxed{r = \frac{1}{\sin \theta_{\max}}}$

3.2.2 Méthode utilisant la troisième loi de Kepler

On a : $\frac{a_i^3}{T_i^2} \simeq$ constante pour toute planète *i* où a_i désigne la longueur du demi grand axe de l'orbite et T_i la période sidérale

Ecrire une relation entre les carrés des périodes de Vénus et de la Terre et les cubes de leurs distances au Soleil en supposant des orbites circulaires (et donc les vitesses sont uniformes)

Montrer alors que $\boxed{r = \left(\frac{T_{\oplus}}{T_{♀}}\right)^{\frac{2}{3}}}$

3.2.3 Lien entre r et $\sigma_♀$

En réalité $T_♀ \simeq 225$ jours n'est pas directement mesurable. Cette valeur est obtenue par calcul à partir d'une autre période qui elle est observable. Il s'agit de la période synodique de Vénus notée $\sigma_♀$.

On rappelle la relation liant les deux périodes de Vénus à la période sidérale de la Terre obtenue sous l'hypothèse d'un mouvement circulaire et uniforme pour chacune des planètes :

$$\frac{1}{\sigma_♀} = \frac{1}{T_♀} - \frac{1}{T_\oplus}$$

Montrer qu'alors $\boxed{r = \left(\frac{T_\oplus}{\sigma_♀} + 1\right)^{\frac{2}{3}}}$

3.3 <u>Mesure de</u> φ

On peut mesurer le diamètre angulaire apparent $\varphi_\odot$ du Soleil au moment du phénomène.

Rappel : $\varphi_\odot$ moyen est de l'ordre du demi-degré (32 minutes d'angle)

3.4 <u>Détermination de AB</u>

Elle est liée à la connaissance du rayon de la Terre $R_\oplus$ (voir la méthode d'Eratosthène)

3.4.1 Formule théorique de la corde sphérique

On peut déterminer la distance AB en km qui séparent les deux stations d'observation en fonction de leurs coordonnées géographiques (voir fiche sur les systèmes de coordonnées terrestres et célestes).
On pourra admettre la formule ci-dessous et s'entraîner à programmer sa calculatrice pour l'utiliser.

$$\text{AB}=R_\oplus\sqrt{2(1-\cos\Phi_A\cos\Phi_B\cos(\Lambda_A-\Lambda_B)-\sin\Phi_A\sin\Phi_B)}$$

La latitude d'un lieu est notée Φ et elle est comptée positivement dans l'hémisphère Nord.
La longitude du même lieu est notée Λ et elle est comptée positivement vers l'Ouest donc négativement vers l'Est.
On peut tester la validité de cette formule à l'aide de cas particuliers remarquables par exemple lorsque A et B sont les pôles géographiques.

3.4.2 Utilisation pratique d'un globe terrestre

On le choisit le plus grand possible et l'on mesure son périmètre p en mm à l'aide d'un fil à coudre inélastique. On place sur le globe les points représentatifs des observateurs A et B en utilisant leurs coordonnées. Enfin on mesure la longueur s en mm de l'arc de grand cercle les reliant sur la surface du globe.

Exprimer le rapport $\frac{s}{p}$ en fonction de α l'angle sous lequel on voit s depuis le centre du globe
Si le globe utilisé est une bonne représentation de la Terre alors l'angle α est aussi celui sous lequel on voit la corde AB depuis le centre de la Terre.
Exprimer alors la longueur AB de la corde en fonction de $R_\oplus$ et de α

Conclure que : $\boxed{\text{AB} \simeq 2R_\oplus \sin\pi\frac{s}{p}}$

Ne pas oublier d'indiquer les unités utilisées !

3.4.3 Nécessité d'une correction

En pratique, le parallélisme entre les droites (AB) et (A'B') n'est pas assuré.
Le choix de la position relative des observateurs A et B par rapport à l'écliptique est donc crucial pour la précision du calcul.
On peut introduire un angle correctif δ pour palier au défaut de parallélisme.
δ est supposé constant tant que la rotation diurne de la Terre n'est pas prise en compte.

3.5 Remarque sur l'utilisation des éphémérides

Tous les paramètres intervenant dans les formules approchées donnant TS ou $p_\odot$ peuvent être obtenus directement ou indirectement par l'observation et la mesure. Certains d'entre eux sont accessibles par les éphémérides avec une grande précision et l'on pourra les comparer aux valeurs expérimentales. Cependant la cohérence de la démarche nécessite de travailler qu'avec les valeurs obtenues si possible par nos propres mesures.

4 APPLICATION NUMERIQUE

4.1 Exemple de calcul

4.1.1 Estimations de TS et $p_\odot$

On donne les résultats des mesures suivantes : $\mathrm{AB} \simeq 4000$ km, $\varphi \simeq 0{,}5°$ et $k \simeq 1/135$
Pour la détermination de *r*, on comparera les valeurs obtenues par les deux méthodes
On donne $\theta_{\max} \simeq 46°$ pour la méthode de l'élongation maximale
Pour la méthode utilisant la troisième loi de Kepler, on a $T_\oplus \simeq 365$ jours et $\sigma_♀ \simeq 584$ jours
Donner TS en millions de km
Exprimer $p_\odot$ en secondes d'arc sachant que $R_\oplus \simeq 6378$ km (rayon équatorial)

4.1.2 Conséquences pratiques

Quel est alors l'écart mesuré entre les routes si l'image projetée du Soleil possède un diamètre de 20 cm ?
Comparer cet écart avec le diamètre de la projection de Vénus (voir la photographie de 1882 fournie en annexe)
Quelle conclusion peut-on en tirer ? Que peut-on penser de la précision sur $p(e)$?
NB : on peut également estimer $\varphi_♀$ le diamètre apparent de Vénus

4.2 Etude des passages de juin 2004 et 2012 (figures d'après P. Rocher de l'IMCCE)

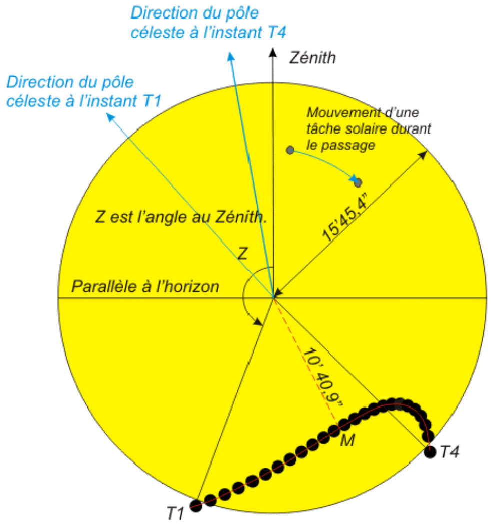
Mise en évidence de la nécessité d'une monture équatoriale pour obtenir une route quasi-rectiligne (utilisation d'une simulation avec le logiciel stellarium)

Montures azimutale et équatoriale (motorisée ou non)

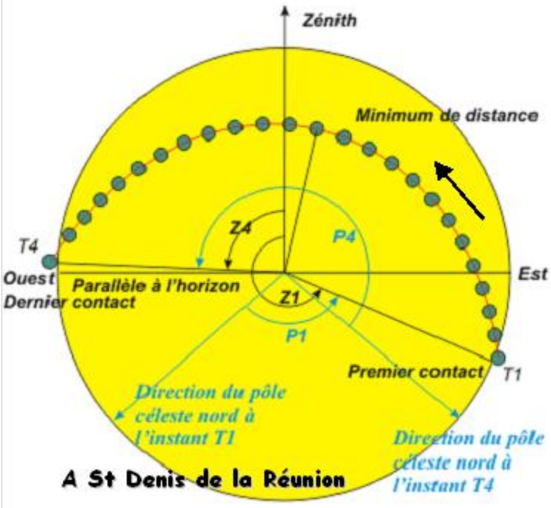
Définitions des contacts extérieurs et intérieurs

Utilisation des photos de juin 2004

Simulation du passage de juin 2012

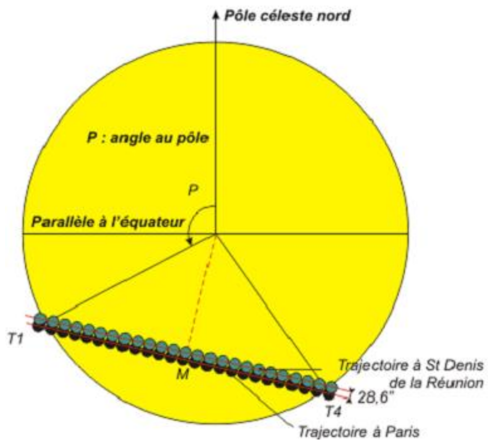


Trajectoire de Vénus sur le disque solaire
vue dans un repère azimutal depuis Paris
par exemple : lunette avec une monture azimutale



Trajectoire de Vénus sur le disque solaire
vue dans un repère azimutal depuis Saint-Denis de la Réunion

Superposition des disques dans le repère équatorial :



5 PRECISION ET MODELE

5.1 Evaluation des incertitudes de mesure (partie réservée aux enseignants ?)

Quel est le paramètre le plus sensible dans la détermination de TS ?

5.1.1 Incertitude relative sur k

5.1.2 Incertitude relative sur r

5.1.3 Incertitude relative sur $\varphi_{\odot}$

5.1.4 Incertitude relative sur AB

5.2 Approximations liées au modèle utilisé

Essayer d'établir une liste des approximations explicites et implicites utilisées dans cette fiche !

6 CONCLUSION

Pourquoi y a t il nécessité d'améliorer le principe de base ?

Sur quel paramètre, la proposition de Halley d'introduire la mesure du temps, va-t-elle agir ?

Photographie de 1882 (US Naval Observatory)